

ANALISI MATEMATICA 3
Corso di Studio in Ingegneria Navale
Esame scritto del 13 settembre 2007 – a.a.2006/07

Esercizio 1. Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(\frac{ax}{(x^2 - y^2 - 1)^2} + 2xy \cos(x^2 y), \frac{by}{(x^2 - y^2 - 1)^2} + x^2 \cos(x^2 y) \right) \quad \text{con } a, b \in \mathbb{R}$$

- 1) Determinare l'insieme di definizione I di $\mathbf{F}$ e disegnarlo.
- 2) Determinare, se esistono, i parametri reali a e b in modo che $\mathbf{F}$ sia conservativo in I e trovarne un potenziale.
- 3) Data la curva γ di rappresentazione parametrica $r(t) = (\cos t, 1 + \sin t)$ con $t \in [0, \pi]$.
Verificare se tale curva è regolare, disegnarne la traccia e, se esiste, calcolare $\int_{\gamma} F$.

Esercizio 2.

- 1) Dato l'insieme $V = \left\{ (x, y, z) : z \geq 0, z \leq 4 - \sqrt{x^2 + y^2}, z \geq 4 - 2\sqrt{x^2 + y^2} \right\}$
disegnare V e la sua intersezione con il piano $x = 0$.
- 2) Parametrizzare la superficie S contorno di V .
- 3) Calcolare il flusso del campo vettoriale $F = \left(y, 2y - x, \frac{z^2}{2} \right)$ attraverso la superficie S nella direzione e verso della normale interna.

Esercizio 3.

- 1) Illustrare brevemente le differenze tra i metodi di integrazione numerica dei rettangoli e dei trapezi.
- 2) Maggiorare l'errore che si commette approssimando $\int_0^1 \sqrt{|x^3 + 2x^2 - 5|} dx$ con il metodo dei rettangoli con $n = 10$.