

ANALISI MATEMATICA 3
Corso di Studio in Ingegneria Navale
Esame scritto del 3 luglio 2007-a.a.2006/2007

Esercizio 1. Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x,y) = \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} + \frac{y^2}{xy^2-1}, \frac{2y}{1+y^4} + \frac{2xy}{xy^2-1} \right)$$

- 1) Disegnare l'insieme di definizione \mathbf{I} di \mathbf{F} e specificare se \mathbf{I} è semplicemente connesso.
- 2) Verificare se \mathbf{F} è conservativo.
- 3) Se esistono, determinare tutti i potenziali di \mathbf{F} in \mathbf{I} .
- 4) Sia C la curva di rappresentazione parametrica $r(t) = (\cos t, 1 + \sin t)$ con $t \in [0, 2\pi]$ e sia γ la curva di rappresentazione parametrica $r(\theta) = (\cos \theta, \sin \theta)$ con $\theta \in [\pi/2, 3/2\pi]$. Calcolare, se esistono, $\int_C \mathbf{F}$ e $\int_\gamma \mathbf{F}$.

Esercizio 2. Sia $V = \{(x, y, z) : 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 3, x \geq 0, y \geq 0\}$
E sia $S = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = 3, x \geq 0, y \geq 0\}$

- 1) Disegnare l'insieme V e calcolare $\iiint_V y \, dx \, dy \, dz$ usando le coordinate sferiche.
- 2) Calcolare l'integrale di superficie $\iint_S \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \, dS$.
- 3) Determinare la normale esterna alla superficie S nel punto $P_0 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{\frac{3}{2}} \right)$.

Esercizio 3.

- a) Illustrare brevemente il metodo di integrazione numerica di Cavalieri-Simpson.
- b) Maggiorare l'errore che si commette approssimando col metodo di Cavalieri-Simpson

$$\int_0^1 e^{-x^2/2} \, dx \quad \text{con } n = 2.$$