

ANALISI MATEMATICA 3

Esercizio 1. Calcolare il volume del solido $T = \{ (x,y,z) : z \geq 0, z \leq x^2 + y^2, z \leq 2 - \sqrt{x^2 + y^2} \}$.

Esercizio 2. Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x,y,z) = (Axy + z) \mathbf{i} + (x^2 + By \ln z) \mathbf{j} + (x + y^2/z) \mathbf{k}$$

- Determinare l'insieme di definizione di \mathbf{F} .
- Calcolare per quali valori dei parametri reali A e B il campo \mathbf{F} è irrotazionale.
- Calcolare per quali valori di A e B il campo \mathbf{F} è conservativo e calcolarne un potenziale.

Esercizio 3. Calcolare $\iint_S (x^2 + y^2) dS$ essendo S la superficie parametrica di equazioni

$$x = u^2 - v^2, \quad y = 2uv, \quad z = u^2 + v^2 \quad \text{con } u^2 + v^2 \leq 4.$$

Esercizio 1. Calcolare il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F}(x,y,z) = x \mathbf{i} + 3 \mathbf{j} + 2 y^2 \mathbf{k}$ attraverso la superficie Ω di equazione $z = 4 - x^2 - y^2$ con $z \geq 0$.

Esercizio 2. Calcolare $\iint_S z^2 dS$ sulla superficie conica

$$S = \{(x,y,z) : z = 2 \sqrt{x^2 + y^2}, \quad x^2 + y^2 \leq 9 \}.$$

Esercizio 3. Calcolare (applicando il teorema della divergenza) il flusso del campo

$$\mathbf{F}(x,y,z) = (x + 2y) \mathbf{i} + (y + x) \mathbf{j} + 2z \mathbf{k}$$

uscente dalla superficie sferica $\Sigma = \{ (x,y,z) : x^2 + y^2 + z^2 = 4 \}$.

Esercizio 3. Sia γ la curva di rappresentazione parametrica $r(t) = (e^{-3t} \cos t, e^{-3t} \sin t)$ con $t \in [0, \pi/3]$.

- Verificare se γ è una curva regolare.
- Calcolare la lunghezza di γ .